DINAMICA DEL PUNTO MATERIALE

Galileo - Newton.

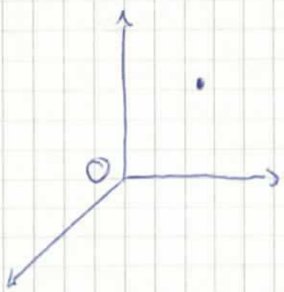
Dinamica Newtoniana; $v \ll 300.000$ Km/s

vale per tutte le leggi nel loro insieme.

A) I° PRINCIPIO (Galileo): non è possibile distinguere 2 sistemi di riferimento che si spostano l'uno con moto rettilineo uniforme.

INVARIANZA GALILEIANA DI RELATIVITÀ

B) SISTEMA DI RIFERIMENTO INERZIALE



Pto materiale libero se lo si poggia rimane fermo (rimane in equilibrio in un sistema di riferimento inerziale).

C)

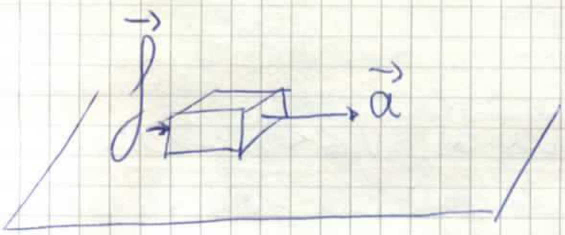
1) PRINCIPIO DI INERZIA (Galileo)

Se sono in un S.R inerziale senza azioni esterne se ho un pto materiale in quiete esso rimane in quiete; se è in moto rettilineo uniforme mantiene tale moto. Ogni corpo tende a mantenere il suo stato di moto se non ci sono azioni.

2) LEGGE DI NEWTON (2ª)

$$\vec{f} = m\vec{a}$$

Una forza produce un'accelerazione proporzionale alla massa inerziale.



A parità di forza con 2 blocchetti l'accelerazione è la metà.

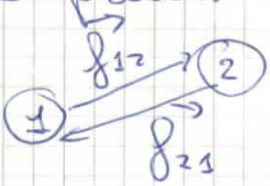
Con un materiale più denso l'accelerazione è minore

m : massa inerziale : resistenza da parte dell'oggetto a mettersi in moto

inerzia del moto

FORZE
- Gravitazionali
- elettriche e magnetiche
- nucleari

3) PRINCIPIO DI AZIONE E REAZIONE
(riguarda 2 punti materiali)



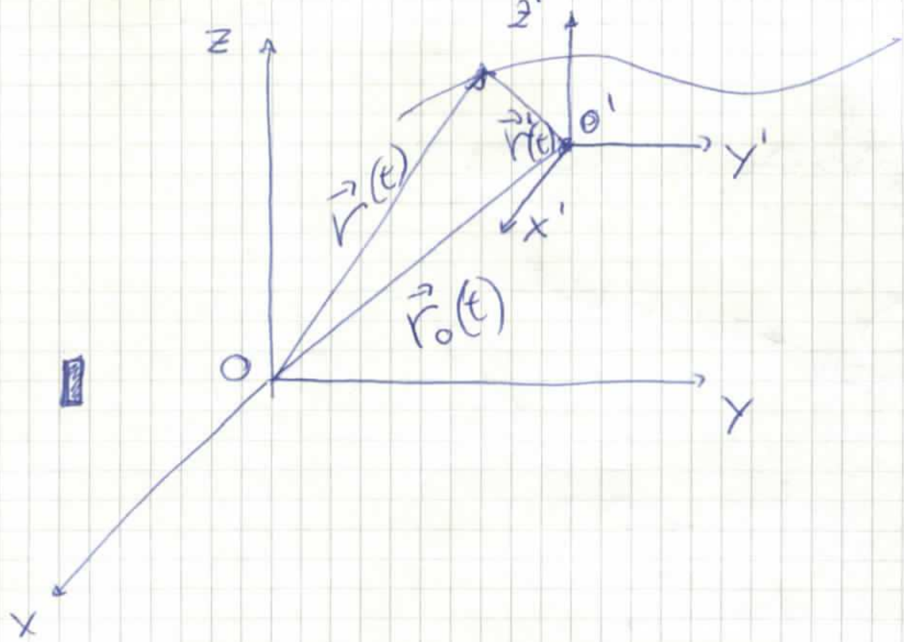
Se 1 agisce attraverso $\vec{f}_{12}$ su 2 allora 2 agisce con $\vec{f}_{21}$ su 1 in modo tale che:

$$\vec{f}_{21} = \vec{f}_{12}$$

* La forza è indicata con un vettore perchè ha un comportamento analogo

INVARIANZA DI GALILEO

www.PaoloEmiliozzi.it (.com)   Lezioni Private 3463103392



$\vec{V}_0$

$\vec{r}\,'(t)$

Sistema che si muove di moto traslatorio rettilineo uniforme.

$$\begin{cases} \vec{r}(t) = \vec{r}\,'(t) + \vec{r}_0(t) \\ \vec{v}(t) = \vec{v}\,'(t) + \vec{v}_0(t) \\ \vec{a}(t) = \vec{a}\,'(t) \end{cases}$$

← $\vec{V}_0(t)$: velocità costante

⇓

L'accelerazione non cambia se cambiamo sistema di riferimento (che uno si muove di moto rettilineo uniforme).

$$\begin{cases} V_x'(t) = V_x(t) - V_{0x} \\ V_y'(t) \quad V_y(t) - V_{0y} \\ V_z'(t) = V_z(t) - V_{0z} \end{cases}$$

TRASFORMAZIONI DI GALILEO

ip) $m = m'$ → se non lo assumiamo come ipotesi

Tesi) $m\,a = m'\,a'$ allora la forza non cambia

$$\vec{f}(t) = \vec{f}\,'(t)$$

Facebook: Paolo Emiliozzi Insegnamento   Youtube:ingpaoloemiliozzi Skype: paolo.emiliozzi 59 of 424

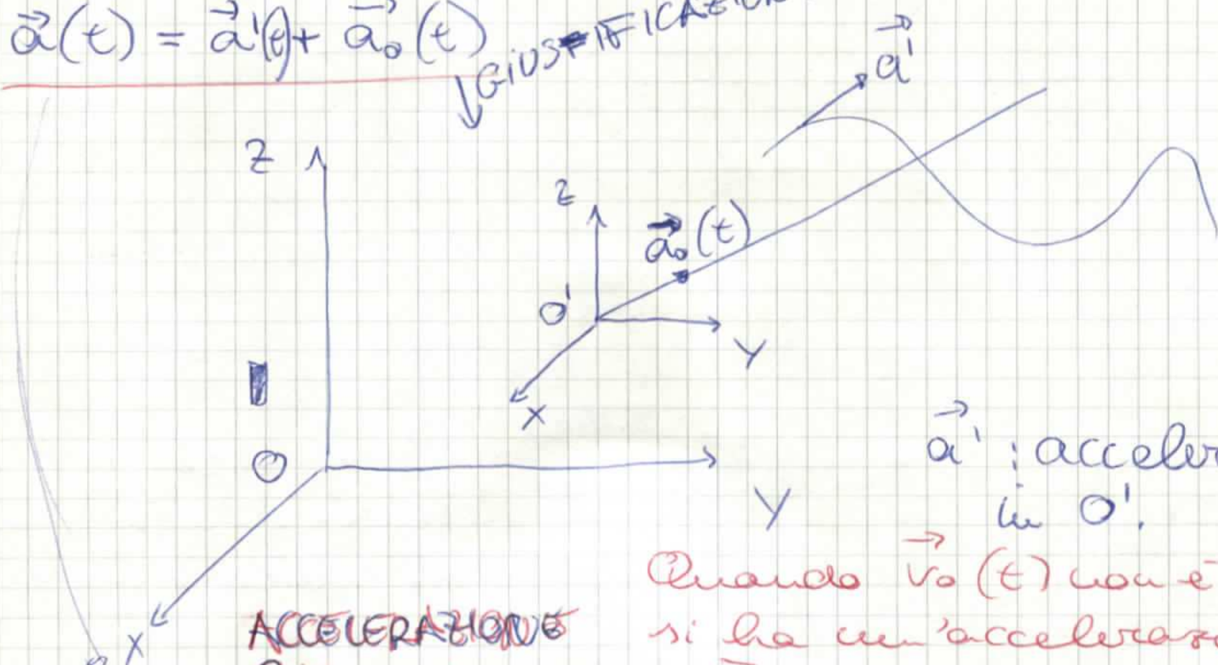
Se i due sistemi sono in moto trasl. rettilineo uniforme

le leggi della fisica si debbono mantenere.

Se $\vec{V}_0(t)$ non è costante allora:

$$\vec{a}(t) = \vec{a}'(t) + \vec{a}_0(t)$$

GIUSTIFICAZIONE



$\vec{a}'$: accelerazione in O'.

Quando $\vec{V}_0(t)$ non è costante si ha un'accelerazione del sistema che si va a sommare all'accelerazione propria del pto.

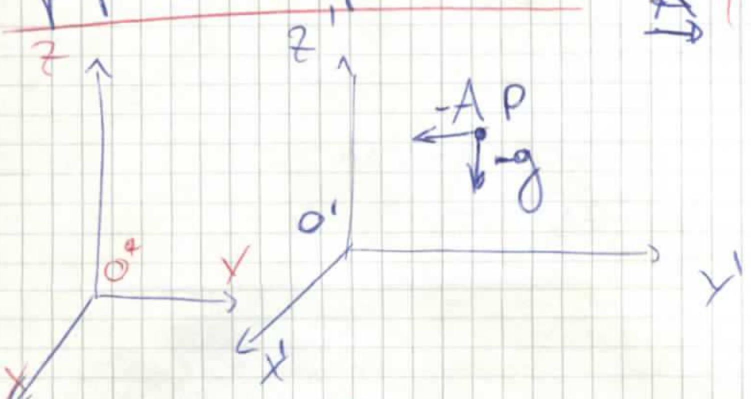
ACCELERAZIONE RELATIVA

$$\vec{a}(t) = \vec{a}'(t) + \vec{a}_0(t)$$

accelerazione del sistema di riferimento. ACCELERAZIONE DI TRASCINAMENTO

accelerazione ASSOLUTA propria del punto.

$\vec{A}$ (accelerazione del sistema O')



$$\vec{g} = \vec{a}'(t) + \vec{A}$$

$$\vec{a}'(t) = \vec{g} - \vec{A}$$

$$\begin{cases} a'_x = 0 \\ a'_y = -A \\ a'_z = -g \end{cases}$$

Accelerazione apparente (non ci sono forze perturbanti)

$f' = m a'$ si muove come se agisse f'

www.PaoloEmiliozzi.it (.com) Lezioni Private 3463103392

La vera causa del moto è il principio di inerzia

Nel sistema O' concludo che c'è una forza da fuori: ricavare la traiettoria in O'

$m = m'$ Invarianza classica della massa. (non vale ad alte velocità)

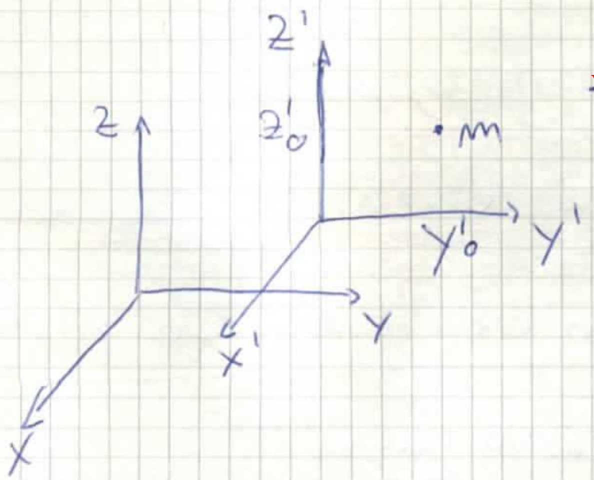
Non è detto che se O è un sistema inerziale allora O' è anche inerziale perchè:

$\vec{a} = \vec{a}' + \vec{a}_0$ se $\vec{a}$ in O $\vec{a}' = -\vec{a}_0$

Quindi senza forze il pto inizia ad avere un'accelerazione.

Sistema inerziale: sistema non accelerato: al più si muove con moto rettilineo uniforme.

$\vec{A}$ (accelerazione di trascinamento $\vec{a}_0 = \vec{A}$)



in O

$\vec{a} = \vec{g}$

$\vec{a}_0 = \vec{A}$

$\vec{g} = \vec{a}' + \vec{A}$

$\vec{a}' = \vec{g} - \vec{A}$ $\Rightarrow$ $\begin{cases} a'_x = 0 \\ a'_y = -A \\ a'_z = -g \end{cases}$

$t_0 \begin{cases} V'_{x0} = 0 \\ V'_{y0} = 0 \\ V'_{z0} = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x'_0 = 0 \\ y'_0 = y'_0 \neq 0 \quad 1\ m \\ z'_0 = z'_0 \neq 0 \quad 2{,}5\ m \end{cases}$

$\boxed{x'(t) = 0}$

$y'(t) = y'_0 + V'_{y0}\, t + \frac{a'_y t^2}{2}$

$\Downarrow$

$\boxed{y'(t) = y'_0 - \frac{1}{2} A t^2}$

$z'(t) = z'_0 + V'_{z0}\, t + \frac{a'_z}{2} t^2$

$\Downarrow$

$\boxed{z'(t) = z'_0 - \frac{1}{2} g t^2}$

$\begin{cases} x'(t) = 0 \\ y'(t) = y'_0 - \frac{1}{2} A t^2 \\ z'(t) = z'_0 - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$

EQUAZIONI PARAMETRICHE DEL MOTO

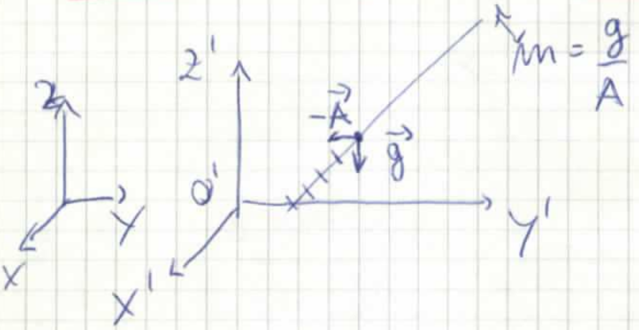
$$t^2 = \frac{2}{A}\left[y'_0 - y'(t)\right]$$

EQUAZIONE IN FORMA ESPLICITA DEL MOTO

SOSTITUENDO

$$\boxed{z'(t) = z'_0 + \frac{g}{A}\left[y'(t) - y'_0\right]}$$

equazione di una retta



Qual'è l'accelerazione massima consentita per non far cadere il pto in O'

$$\begin{cases} z'_0 = \frac{g}{A} y'_0 \\ \text{cioè } z'(t) = 0 \end{cases}$$

$$\boxed{A = g\,\frac{y'_0}{z'_0}}$$

Così la "lampadina" mi cade sui piedi. Considerando O' un autobus

Per il riferimento O il pto cade perpendicolarmente.

Stessa domanda risolta in O.

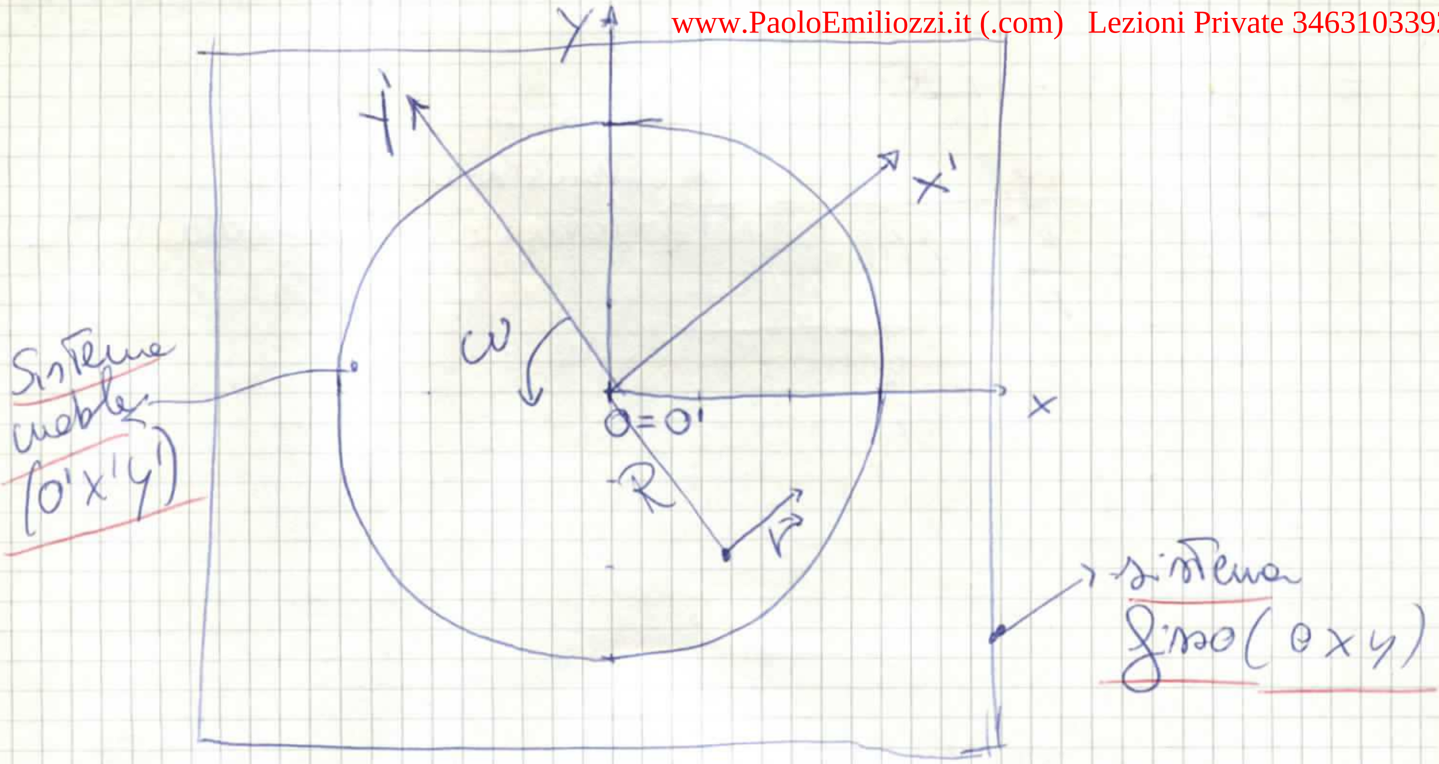
* I moti nei sistemi di riferimento sono diversi.

$$z_0 = 3\,m = z'_0 + z^{O'}$$ altezza O'.

$$z(t) = z_0 - \frac{g}{2}t^2$$

$$z(t) - z_0 = -\frac{g}{2}t^2 \qquad t^2 = \frac{2}{g}\Big[\overbrace{z_0 - \overset{0{,}5\,m}{z(t)}}^{2{,}5\,m}\Big]$$

Per risolvere il problema in O si deve trovare il tempo nel quale "la lampadina" arriva a quota $z(t) = 0{,}5\,m$ (altezza dell'autobus) e quindi definire l'accelerazione di trascinamento come quell'accelerazione in grado di far percorrere ad un generico pto di O' uno spazio di y'_0 nello tempo t trovato



Il sistema è in rotazione con velocità angolare ω

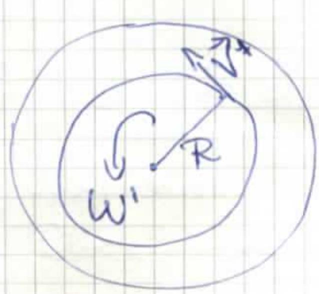
$$\vec{v}_t = \omega R \, \hat{\imath}(t)$$

VELOCITÀ DI TRASCINAMENTO: Velocità di ogni pto del sistema mobile rispetto al sistema fisso.

$$\vec{a}_t = -\omega^2 R \, \hat{r}(t)$$

ACCELERAZIONE DI TRASCINAMENTO
Se il pto è fermo nel sistema fisso noi lo vediamo mobile con quell'accelerazione nel sistema mobile.

Ulteriore moto circolare con velocità angolare = ω' all'interno della pedana che si muove con velocità angolare = ω.



ω': moto rispetto alla pedana mobile che già ruota rispetto al sistema fisso

$\vec{v}' = \omega' R \uparrow(t)$ lett[illegible]

Dalle l'esterno: (la velocità angolare effettiva è la somma delle 2)

$\vec{v} = (\omega + \omega') R \uparrow(t)$

$\vec{a}' = -\omega'^2 R \vec{r}(t)$ dal mobile

$\vec{a} = -(\omega + \omega')^2 R \vec{r}(t)$ dall'esterno

$\Downarrow$

$$\boxed{\vec{a} = \underbrace{-\omega^2 R \vec{r}(t)}_{\text{accelerazione rispetto alla pedana fissa del pto sul mobile}} - \omega'^2 R \vec{r}(t) - 2\omega\omega' R \vec{r}(t)}$$

$\omega' R$: modulo di $\vec{v}'(t)$

$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}' - \underbrace{2\omega v'(t) \vec{r}(t)}_{\text{ACCELERAZIONE DI CORIOLIS}}$

accelerazione proporzionale al quadrato della velocità angolare; volendo l'accelerazione espressa in funzione di $\vec{a}_t$ e $\vec{a}'$ è naturale che venga un ulteriore termine perchè altrimenti l'$\vec{a}$ sarebbe risultata proporzionale alla somma dei quadrati delle velocità angolari ω e ω' anzichè al quadrato della somma (che rappresenta la vera ~~accelerazione~~ velocità angolare del pto); è proprio il termine dato dal doppio prodotto che compare: $\vec{a}_c$ di coriolis

$\vec{a} = \underbrace{\vec{a}_t + \vec{a}'}$ $+ \vec{a}_c$

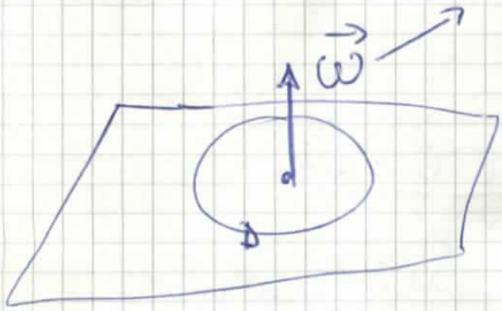
Se ci fossero solo queste l'$\vec{a}$ risulterebbe proporzionale a $\omega^2 + \omega'^2$ ma è [illegible] visto che l'accelerazione di un pto è proporzionale al quadrato della sua velocità angolare ~~e~~ che in questo caso è: $(\omega+\omega')^2 = \omega^2 + \omega'^2 + 2\omega\omega'$.

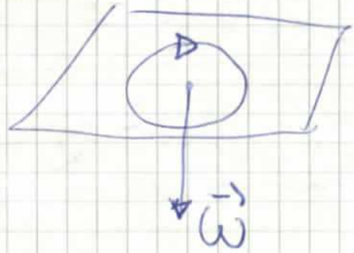
$$\boxed{\vec{a}_c = -2\omega v'(t)\,\hat{r}(t)}$$

Ridefinizione dell'accelerazione di Coriolis

La velocità angolare espressa come vettore elimina le ambiguità di verso della rotazione

Vede il moto in senso antiorario



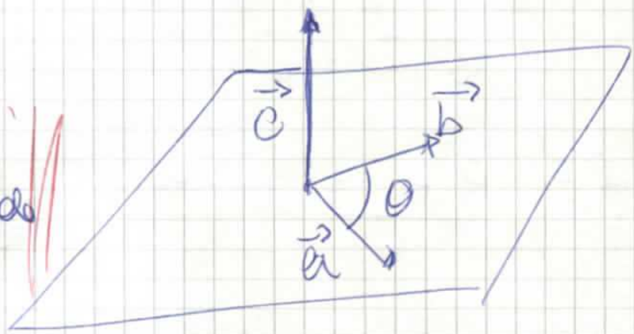


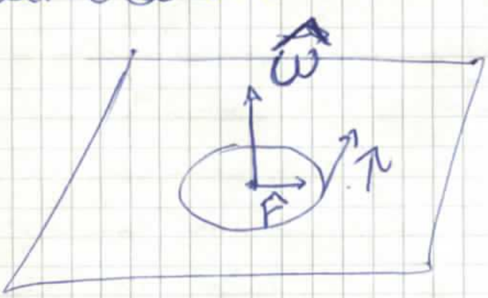
PRODOTTO VETTORIALE

$$\vec{a} \times \vec{b} = \vec{c}$$

$$|\vec{c}| = |\vec{a}||\vec{b}| \sin\theta$$

$\vec{c}$ deve "vedere" il primo vettore sovrapporsi al secondo descrivendo un angolo minore di 180° in senso antiorario.





3 vettori unitari

$$\hat{\omega} \times \hat{r} = \tau$$
$$\hat{\omega} \times \tau = -\hat{r}$$
$$\hat{r} \times \tau = \hat{\omega}$$

www.PaoloEmiliozzi.it (.com) Lezioni Private 3463103392

$\vec{a}_c = -\hat{r}\, 2\omega V'$

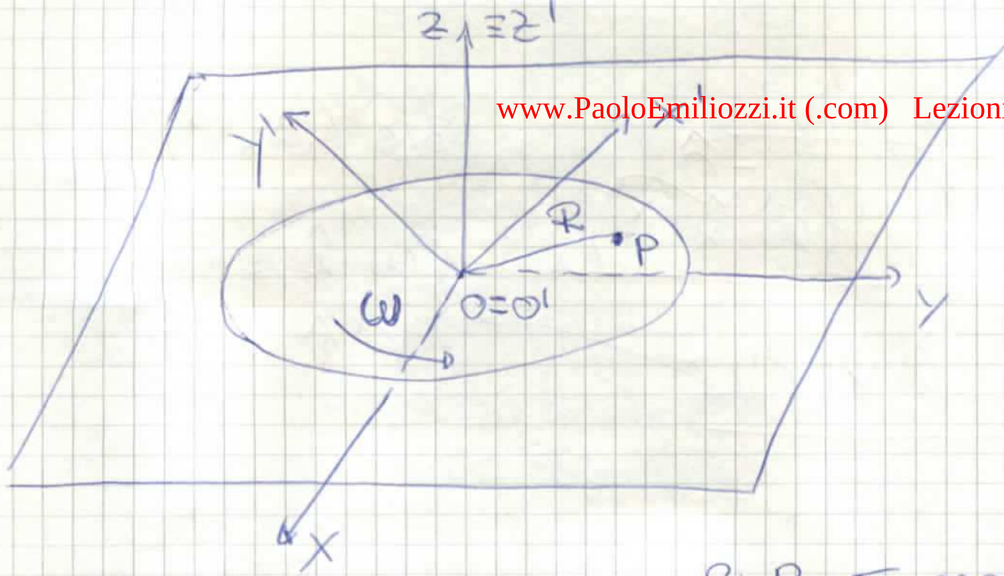
$\vec{a}_c = 2\omega V' (\underbrace{\hat{\omega} \times \hat{\uparrow}}_{-\hat{r}})$

$3 \cdot 4 (\vec{i} \times \vec{j}) = 3\vec{i} \times 4\vec{j}$

$\begin{cases} \omega \hat{\omega} = \vec{\omega} \\ v' \hat{\uparrow} = \vec{V}' \end{cases}$

$\vec{a}_c = 2 (\vec{\omega} \times \vec{V}')$

Facebook: Paolo Emiliozzi Insegnamento Youtube:ingpaoloemiliozzi Skype: paolo.emiliozzi 67 of 424



P: Punto geometrico del piano mobile

$$\vec{v}_t = R\omega\,\hat{t}$$

$$\vec{a}_t = -R\omega^2\,\hat{r}$$

velocità effettiva

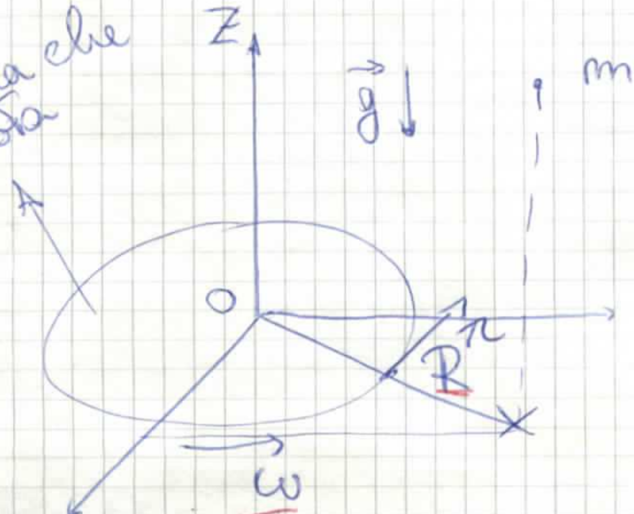
$$\vec{v} = \vec{v}\,' + \vec{v}_t$$ → velocità del sistema mobile in O

$$\vec{a} = \vec{a}\,' + \vec{a}_t + \vec{a}_c$$ → doppio prodotto $(\omega + \omega')^2$

$$\vec{a}_c = 2\,\vec{\omega} \times \vec{v}\,'$$

ESERCIZIO

pedana che ruota

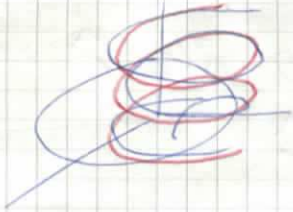


Nel sistema di riferimento fisso il p.to cade con moto uniformemente accelerato mentre per il sistema mobile assume una traiettoria elicoidale con passo variabile.

in O $\quad z(t) = z_0 - \frac{g}{2} t^2$

 Qual'è la traiettoria del p.to materiale vista dalla pedana

elica



* $\vec{v} = -g t \hat{k}$ velocità vista in O (pto materiale che cade)

$\vec{v}_t = \omega R \hat{\tau}$

$\vec{v} = \vec{v}_t + \vec{v}'$ nel sistema di riferimento mobile

$\vec{v}' = \vec{v} - \vec{v}_t =$

$= \underbrace{-g t \hat{k}}_{\text{componente diretta verso il basso}} \underbrace{- \omega R \hat{\tau}}_{\text{componente di rotazione (tangenziale)}}$

{se il sistema ruota verso sinistra il pto ruota verso destra}

moto composto: moto verso il basso + moto in direzione tangente

* $\vec{a} = -g \hat{k}$

$\vec{a}_t = -\omega^2 R \hat{r}$

$\vec{\omega} \parallel \hat{k}$

$\hat{\omega} \times \hat{\tau} = -\hat{r}$

$\vec{a}_c = 2 \vec{\omega} \times \vec{v}' = 2 \left[\vec{\omega} \times \left(-g t \hat{k} - \omega R \hat{\tau} \right) \right]$

$= -2 \omega^2 R \hat{\omega} \times \hat{\tau} = 2 \omega^2 R \hat{r}$

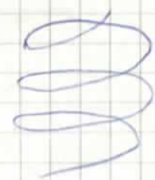
$\vec{\omega} \times \hat{k} = 0$ perché $\vec{\omega} \parallel \hat{k}$

www.PaoloEmiliozzi.it (.com) Lezioni Private 3463103392

$$\vec{a}' = \vec{a} - \vec{a}_t - \vec{a}_c$$
$$= -g\hat{k} + \omega^2 R\,\hat{r} - 2\omega^2 R\,\hat{r}$$
$$= -g\hat{k} - \underbrace{\omega^2 R\,\hat{r}}_{\text{accelerazione centripeta}}$$

L'accelerazione di coriolis va a compensare l'accelerazione apparente centrifuga dovuta al sistema rotante

$\vec{a}'$: $\Big\{$ moto uniformemente accelerato lungo z + moto circolare uniforme su un piano perpendicolare a z $\Big\}$



Senza l'accelerazione di coriolis il termine andrebbe verso l'esterno ($\vec{a}_c$ compensa l'accelerazione di trascinamento)

Quanto vale il passo dell'elica nel tempo:
distanza nel tempo necessario a compiere un giro completo (T)

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

partendo da fermo

$$z(t) = z_0 - \frac{g}{2}t^2$$

$$z(t) = z_0 + V_{0z}t - \frac{g}{2}t^2$$

non è esatto parlare di passo perché la velocità non è costante.

da fare: $\frac{dz}{dt}$ spazio percorso in un intervallo infinitesimo-

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}' + \vec{a}_c$$

assumendo la massa come invariante

$$\vec{f} = m\vec{a}_t + \vec{f}' + m\vec{a}_c$$

$$f' = \vec{f} - m\vec{a}_t - m\vec{a}_c$$

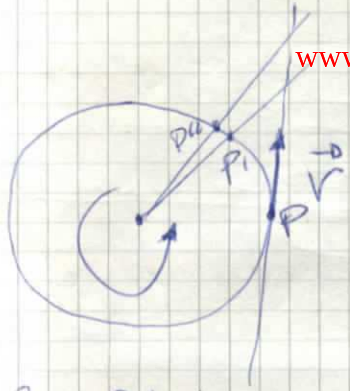
$-m\vec{a}_t$: forza centrifuga
$-m\vec{a}_c$: forza di coriolis
} forze apparenti

in O' la traiettoria non è giustificabile tramite f cioè solo tramite le condizioni gravitazionali, ma entrano in gioco le FORZE D'INERZIA

$-m\vec{a}_t = m\omega^2 R\hat{r}$ Tende ad allontanare il pto materiale dal centro

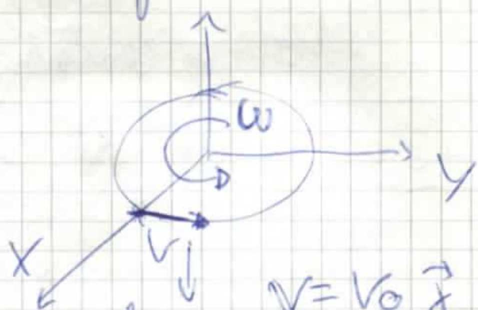
$-m\vec{a}_c = -m\omega^2 R\hat{r}$ Tende a riportare il pto verso il centro

forza gravitazionale : verso il basso
forza centrifuga : verso fuori
forza di coriolis : verso il centro.



da P si ha l'impressione che l'oggetto vada in direzione laterale

$\vec{v}$ nel sistema di riferimento assoluto



ω dato

$\vec{v} = v_0 \vec{j}$ ha una componente solo lungo y

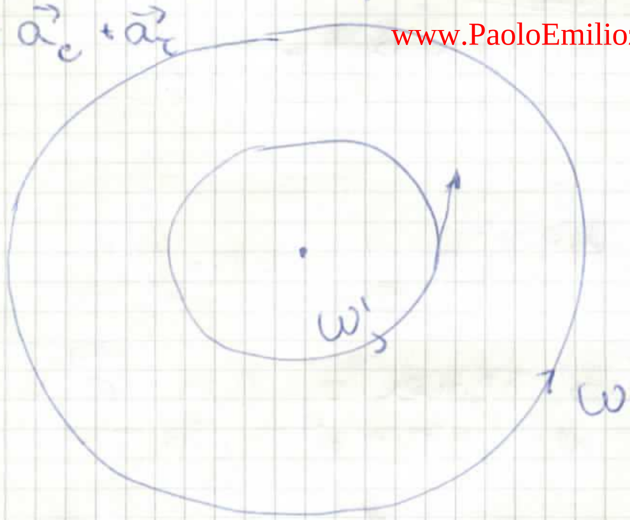
$\left.\begin{array}{l} \omega \quad \vec{v}_t \\ \vec{v} \end{array}\right\}$ si ricava $\vec{v}\,'$

da fare: ricavare il valore della forza apparente (nascerà solo la forza centrifuga)

Dimostrazione della permanenza di $\vec{a} = \vec{a}' + \vec{a}_c + \vec{a}_t$

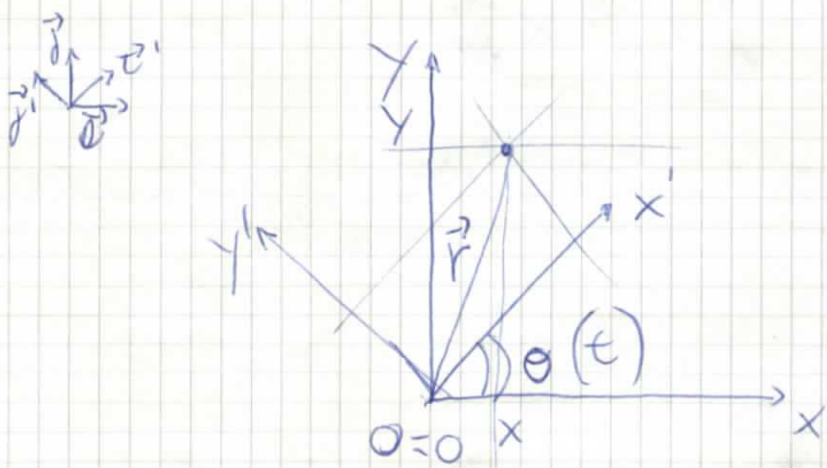
$\vec{a}_c = 2\vec{\omega} \times \vec{v}'$

www.PaoloEmiliozzi.it (.com) Lezioni Private 3463103392



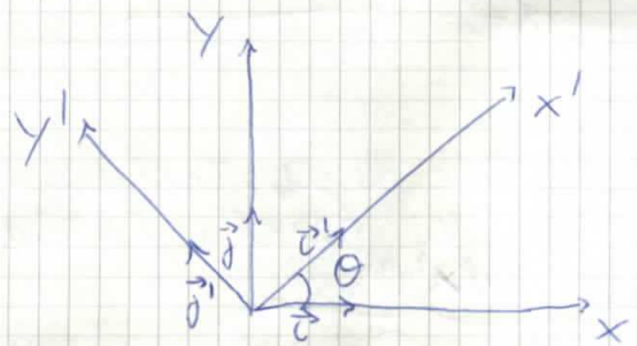
la $\vec{a}_c$ non nasce solo se $\vec{v}'$ ha una componente perpendicolare al piano

Anche se il pto si sposta radialmente l'$\vec{a}_c$ ha la stessa validità.



$$\begin{cases} \vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} \\ \vec{r} = x'\vec{i}' + y'\vec{j}' \end{cases}$$

$$\omega = \frac{d\theta(t)}{dt}$$



$$\begin{cases} \vec{i}' = \cos\theta\, \vec{i} + \sin\theta\, \vec{j} \\ \vec{j}' = -\sin\theta\, \vec{i} + \cos\theta\, \vec{j} \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} \vec{i}' \\ \vec{j}' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{i} \\ \vec{j} \end{pmatrix}$$

Facebook: Paolo Emiliozzi Insegnamento Youtube:ingpaoloemiliozzi Skype: paolo.emiliozzi

www.PaoloEmiliozzi.it (.com) Lezioni Private 3463103392

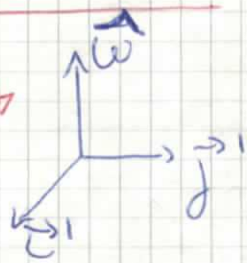
$$\frac{d\theta}{dt} = \omega$$

$$\frac{d\vec{i}\,'}{dt} = -\omega \sin\theta \cdot \vec{i} + \omega \cos\theta \cdot \vec{j} = \omega \vec{j}\,'$$

$$\frac{d\vec{j}\,'}{dt} = -\omega \cos\theta\, \vec{i} - \omega \sin\theta\, \vec{j} = -\omega \vec{i}\,'$$

ritroviamo quello trovato per $\vec{r}$ e ↑ derivate di coppie di vettori rotanti.

$$\omega \vec{j}\,' = \vec{\omega} \times \vec{i}\,' \quad \text{dim.}$$



$$\vec{j}\,' = \hat{\omega} \times \vec{i}\,'$$

{per $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ si intendono i versori}

$$\hat{\omega} \times \vec{j}\,' = -\vec{i}\,'$$

$$-\omega \vec{i}\,' = \vec{\omega} \times \vec{j}\,'$$

$$\frac{d\vec{i}\,'}{dt} = \vec{\omega} \times \vec{i}\,' \qquad \frac{d\vec{j}\,'}{dt} = \vec{\omega} \times \vec{j}\,'$$

$$\begin{cases} \vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} \\ \vec{r} = x'\vec{i}\,' + y'\vec{j}\,' \end{cases}$$

le due derivate devono essere uguali perchè il vettore è lo stesso

$$v = \underbrace{v_x \vec{i} + v_y \vec{j}}_{v_x'\vec{i}\,' + v_y'\vec{j}\,'} = v_x'\vec{i}\,' + \overbrace{x'[\vec{\omega} \times \vec{i}\,']}^{d(x'\vec{i}\,')/dt} + v_y'\vec{j}\,' + y'[\vec{\omega} \times \vec{j}\,']$$

La velocità è la derivata del vettore r letto in O'.

$$\vec{v} = \vec{v}\,' + \vec{\omega} \times \overbrace{(x'\vec{i}\,' + y'\vec{j}\,')}^{\vec{r}}$$

$$\boxed{\vec{v} = \vec{v}\,' + \vec{\omega} \times \vec{r}} \qquad \vec{\omega} \times \vec{r} = \omega R \uparrow$$

www.PaoloEmiliozzi.it (.com)   Lezioni Private 3463103392

ω non varie nel tempo
↑
semplificazione

$\vec{v} = v_x' \vec{i}' + v_y' \vec{j}' + \left[\vec{\omega} \times (x' \vec{i}' + y' \vec{j}')\right]$

per fare la derivata rispetto al tempo occorre questa formula che ci dà le componenti rispetto al tempo

$$\vec{a} = a_x' \vec{i}' + v_x' \underbrace{\left[\vec{\omega} \times \vec{i}'\right]}_{\frac{d\vec{i}'}{dt}} + a_y' \vec{j}' + v_y' \underbrace{\left[\vec{\omega} \times \vec{j}'\right]}_{\frac{d\vec{j}'}{dt}} +$$

$$+ \vec{\omega} \times \left(v_x' \vec{i} + \text{[redacted]}\, x'\left[\vec{\omega} \times \vec{i}'\right] + v_y' \vec{j}' + y'\left[\vec{\omega} \times \vec{j}'\right]\right)$$

accelerazione relativa

accelerazione di Coriolis

$a_x' \vec{i}' + a_y' \vec{j}'$

$2\vec{\omega} \times (v_x' \vec{i}' + v_y' \vec{j}') = 2\vec{\omega} \times \vec{v}'$

$$\vec{a} = \vec{a}' + 2\left(\vec{\omega} \times v_x' \vec{i}' + \vec{\omega} \times v_y' \vec{j}'\right) + \vec{a}_t$$

$v_x' \vec{\omega} \times \vec{i}' = \vec{\omega} \times v_x' \vec{i}'$

perché v_x è uno scalare

manca il termine $\vec{a}_t$

$$\vec{\omega} \times \left[\vec{\omega} \times \underbrace{(x' \vec{i}' + y' \vec{j}')}_{\vec{r}}\right] = \vec{\omega} \times \left[\vec{\omega} \times \vec{r}\right]$$

$\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) = \vec{a}_t$

$$\boxed{\vec{a} = \vec{a}' + 2(\vec{\omega} \times \vec{r}) + \left[\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})\right]}$$

$\vec{a}_t = -\omega^2 R \hat{r}$

$\vec{\omega} \times \vec{r}$ è diretto lungo $\hat{\tau}$
e $\vec{\omega} \times \hat{\tau}$ è diretto verso $-\hat{r}$

è il ... è $|\vec{\omega}|\,|\vec{\omega}|\,|\vec{R}|$

Facebook: Paolo Emiliozzi Insegnamento   Youtube:ingpaoloemiliozzi Skype: paolo.emiliozzi 75 of 424

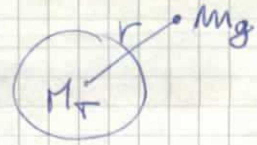
www.PaoloEmiliozzi.it (.com) Lezioni Private 3463103392

M_T : Massa della Terra

m_g : massa gravitazionale

$\vec{f} = m\vec{a}$

$$\vec{f} = -G\frac{M_T m_g}{r^2}\hat{r}$$



{massa inerziale : legata all'accelerazione del corpo}
{massa gravitazionale : legata alla forza gravitazionale}

Le due masse sono rigorosamente proporzionali fra di loro

→ è una costante

$$\vec{f} = -G\frac{M_T}{R_T^2} m_g \hat{r} = m_g\vec{g} = \vec{P} \quad \text{FORZA PESO}$$

con $\vec{g} = -G\frac{M_T}{R_T^2}\hat{r}$

$$m_g\vec{g} = m\vec{a}$$

espressione della forza

costante di proporzionalità che mi dice con quella forza come si muove.

$$\vec{a} = \left(\frac{m_g}{m}\right)\vec{g}$$

è una costante per qualunque corpo (con la stessa forma) [esperimento di Galileo]

ma essendo $\vec{g}$ una costante (definita come tale)

allora $\frac{m_g}{m}$ = costante

{stabilire che $\frac{m_g}{m} = 1$ significa agire sulla costante G di $\vec{g} = -G\frac{M_T}{R_T^2}\hat{r}$}

Facebook: Paolo Emiliozzi Insegnamento Youtube:ingpaoloemiliozzi Skype: paolo.emiliozzi 76 of 424

$m = m_g$

Stabiliamo che la massa inerziale e gravitazionale sono uguali

bisogna definire la massa gravitazionale.

Si sceglie un'unità di masse.

1 Kg massa

campione di platino a Parigi.

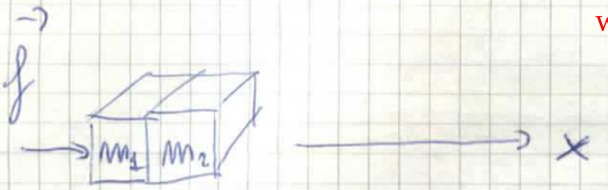
Cadendo il Kg massa ha una sua accelerazione
$9,8 \, m/s^2$

Forza in Newton

NEWTON: Quella forza che applicata alla massa di un Kg massa cui causa un'accelerazione pari ad $1 \, m/s^2$

Forza peso che agisce su un Kg massa:

$\vec{f} = m\vec{g} = 9,8 \, N = \vec{p}$



$$a = \frac{f}{m_1+m_2}$$

Con m_1 solo, l'accelerazione è maggiore; quindi m_2 ha un'azione di resistenza $\vec{f}_{21}$

Analisi delle forze agenti sui due blocchetti

$$a = \frac{f - f_{21}}{m_1}$$ accelerazione di m_1

$$a = \frac{f_{12}}{m_2}$$ accelerazione di m_2

le due a sono uguali e sono uguali ad $\frac{f}{m_1+m_2}$

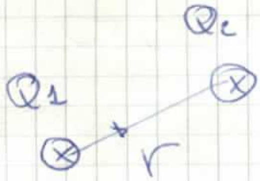
f nota

m_1, m_2 note

$$\begin{cases} \dfrac{f}{m_1+m_2} = \dfrac{f_{12}}{m_2} \\ \dfrac{f-f_{21}}{m_1} = \dfrac{f_{12}}{m_2} \end{cases}$$

risolvendo $f_{12} = f_{21}$

il meno è già in $f - f_{21}$



$$\vec{f} = +K \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \hat{r}$$

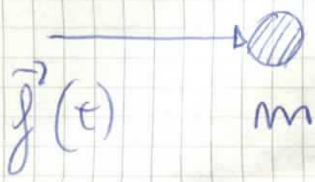
forza o attrattiva o repulsiva

La forza elettrica è più intensa di quella gravitazionale.

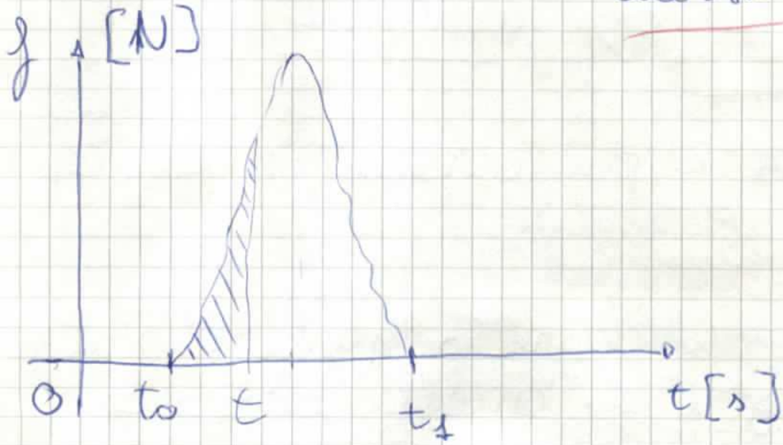
⊕⊕ : la forza nucleare a questa distanza è maggiore di quella elettrica

IMPULSO DI UNA FORZA E QUANTITÀ DI MOTO.

www.PaoloEmiliozzi.it (.com) Lezioni Private 3463103392



Sistema inerziale



$$a(t) = \frac{f(t)}{m}$$

$$\begin{cases} v(t_0) = 0 \\ v(t) = v(t_0) + \displaystyle\int_{t_0}^{t} a(t)\,dt \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$v(t) = \frac{1}{m}\int_{t_0}^{t} f(t)\,dt$$

$$v(t_1) = v(t_0) + \frac{1}{m}\underbrace{\int_{t_0}^{t_1} f(t)\,dt}_{\text{IMPULSO}}$$

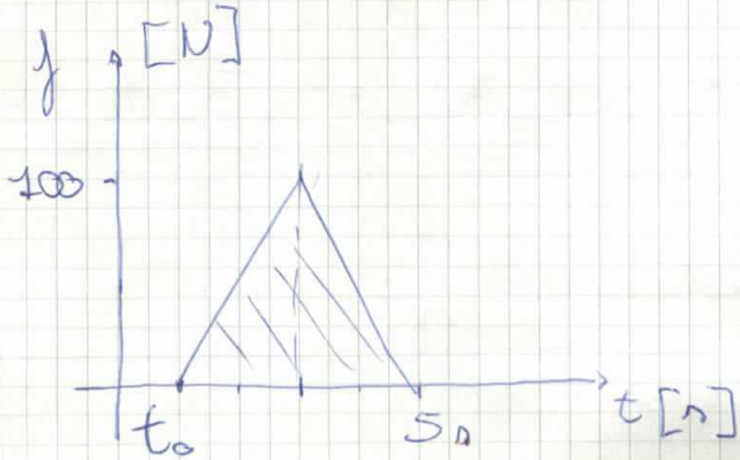
I_{01} : Tra 0 e 1

$$I_{01} = \underbrace{m\,v(t_1)}_{\text{QUANTITÀ DI MOTO } (q(t_1))} - \underbrace{m\,v(t_0)}_{q(t_0)}$$

Facebook: Paolo Emiliozzi Insegnamento Youtube:ingpaoloemiliozzi Skype: paolo.emiliozzi 80 of 424

$I_{01} = q(t_1) - q(t_0)$

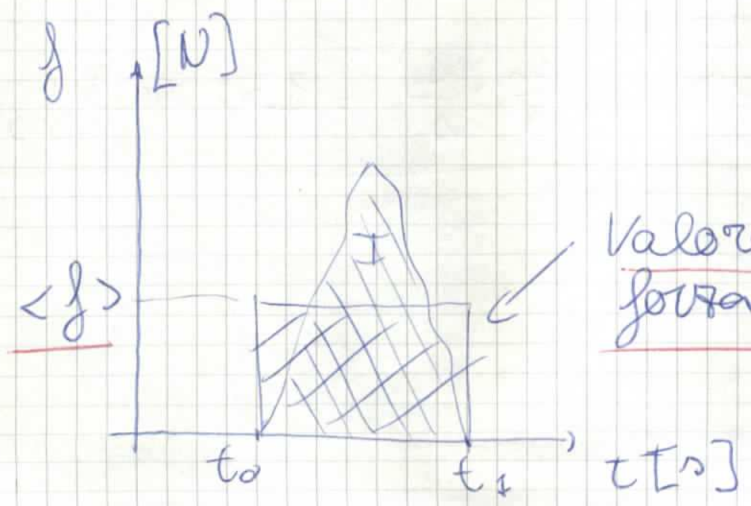
La variazione della quantità di moto è uguale all'impulso della forza.



$I = 200 \; N \cdot s$

$m v = I$

$$v = \frac{I}{m} = 200 \frac{N \cdot s}{kg} = 200 \frac{kg \frac{m}{s^2} s}{kg} \; m/s$$



suppongo che la forza sia costante con l'impulso analogo (area uguale)

$I = \langle f \rangle (t_1 - t_0)$

ESERCIZIO

$$\langle f \rangle = \frac{I}{(t_1 - t_0)}$$

Un calciatore scaglia la palla colpendola in un tempo pari ad $\frac{1}{10}$ s e ~~esso~~ imprime ad essa la velocità di 108 km/h

$V = 108$ km/h

30 m/s

Quale è stata la forza media?

$(t_1 - t_0) = 0{,}1$ secondi

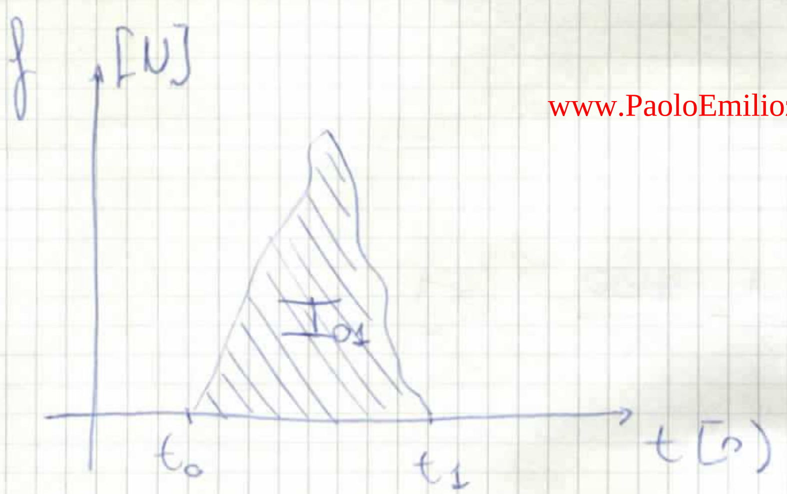
$m = 0{,}5$ Kg massa

$q_1 = m V = 0{,}5 \cdot 30 = 15 \text{ kg m/s}$ quantità di moto finale

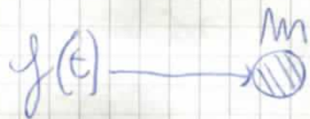
$q_0 = 0$

$I = 15 \text{ Kg } \frac{m}{s}$

$$\langle f \rangle = \frac{15}{0{,}1} = 150 \text{ Kg } \frac{m}{s} \cdot \frac{1}{s} = 150 \text{ kg m/s}^2 = 150 \text{ N}$$



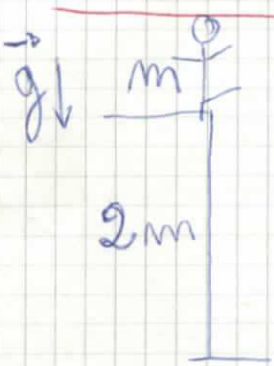
$$I_{01} = \int_{t_0}^{t_1} f(t)\,dt$$



$$q(t) = m\,v(t)$$

La forza cambia lo stato di moto e quindi la velocità, dopo t_1, se siamo in un sistema di riferimento inerziale rimane costante.

$$I_{01} = q(t_1) - q(t_0)$$



Qual'è la forza nel momento dell'impatto

$$v = g\,t$$

$$s = \frac{g t^2}{2} \qquad t^* = \sqrt{2\frac{h}{g}}$$

$$v^* = \sqrt{2gh}$$

$$q^* = m\,v^* = m\sqrt{2gh}$$

$$\langle f \rangle = \frac{I_{01}}{(t_1 - t_0)}$$

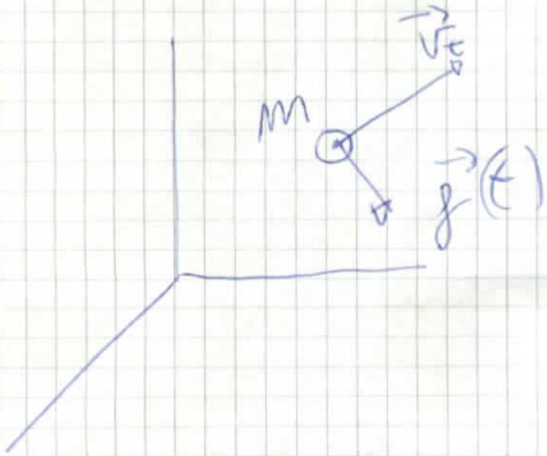
forza frenante

$$I_{01} = 0 - q^* = -m\sqrt{2gh}$$

$$\langle f \rangle = \frac{-m\sqrt{2gh}}{\Delta t}$$

$m = 70\ kg$

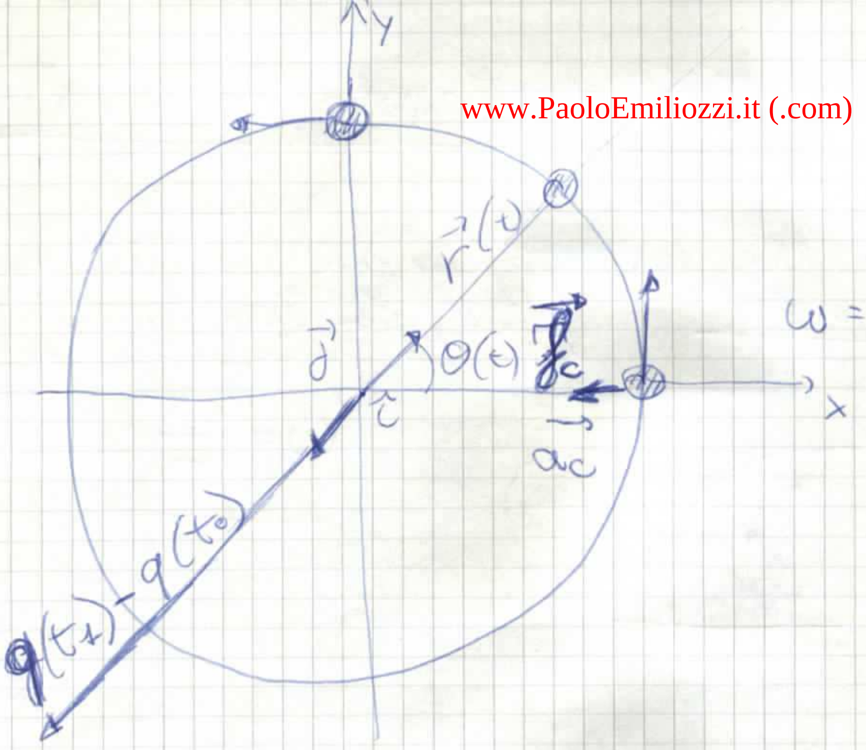
$$\langle f \rangle = -\frac{70\sqrt{4 \cdot 9{,}8}}{\Delta t} \simeq -\frac{420}{\Delta t}\ [N]$$



$\vec{q} = m\vec{v}(t)$

$$\vec{I} = \int_{t_0}^{t_1} \vec{f}(t)\,dt$$

$$\vec{I}_{01} = \vec{q}(t_1) - \vec{q}(t_0)$$



$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$

forza centripeta $\vec{f}_c = m\vec{a}_c = -m\omega^2 \vec{r}(t)$

$t_0 = 0 \Rightarrow \vec{v}(t_0) = v_0 \hat{j} = \omega R \hat{j}$

$t_1 = \frac{T}{4} \qquad \vec{v}\left(\frac{T}{4}\right) = -v_0 \hat{i} = -\omega R \hat{i}$

$\vec{q}(t_1) - \vec{q}(t_0) = m\omega R \left[-\hat{i} - \hat{j}\right]$ è un vettore che sta sulla 1ª bisettrice ed è diretto verso il 3° quadrante

La variazione della quantità di moto è sulla 1ª bisettrice

Per simmetria la variazione ~~della qua~~ quantità di moto deve avere quella direzione:

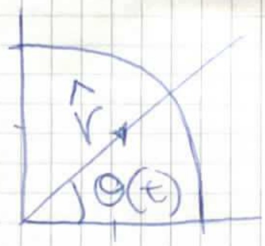
www.PaoloEmiliozzi.it (.com) Lezioni Private 3463103392

Impulso della forza centripeta tra t_0 e t_1

$$\vec{I}_{01} = \int_{t_0}^{t_1} \vec{f}_c(t)\, dt$$

Andiamo a verificare che il valore dell'impulso è analogo sia procedendo con la differenza delle quantità di moto, sia integrando la forza applicata nell'intervallo di tempo

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$



$$\hat{r} = \cos(\omega t)\,\hat{i} + \sin(\omega t)\,\hat{j}$$

$$\vec{f}_c = -m\omega^2 R\left[\cos(\omega t)\,\hat{i} + \sin(\omega t)\,\hat{j}\right]$$

$$\vec{I}_{01} = -\omega^2 m R \int_{t_0}^{t_1} \left[\cos(\omega t)\,\hat{i} + \sin(\omega t)\,\hat{j}\right] dt$$

$$\vec{I}_{01} = -m\omega^2 R\left\{\left[\frac{\sin(\omega t)}{\omega}\right]_0^{T/4}\hat{i} + \left[-\frac{\cos(\omega t)}{\omega}\right]_0^{T/4}\hat{j}\right\}$$

$$\vec{I}_{01} = -m\omega R\left[\hat{i} + \hat{j}\right]$$

che è uguale alla differenza tra le quantità di moto.

Facebook: Paolo Emiliozzi Insegnamento Youtube:ingpaoloemiliozzi Skype: paolo.emiliozzi 86 of 424

$$\vec{f} = m\vec{a}$$

$$\vec{q}(t) = m\vec{v}(t)$$

$$\frac{d\vec{q}(t)}{dt} = m\frac{d\vec{v}(t)}{dt} = m\vec{a}$$

$$\boxed{\vec{f} = \frac{d\vec{q}(t)}{dt}}$$

: ha una validità generale;
vale anche quando il pto materiale non ha una massa che rimane costante nel tempo

$$\frac{d\vec{q}(t)}{dt} = m\frac{d\vec{v}(t)}{dt} + \vec{v}\frac{dm}{dt}$$

se non esistono forze $\vec{q}(t)$ è costante nel tempo
(principio d'inerzia)
(conferma della sua validità)

$$\vec{f}(t) = 0 \Rightarrow \vec{q}(t) = \text{cost}$$

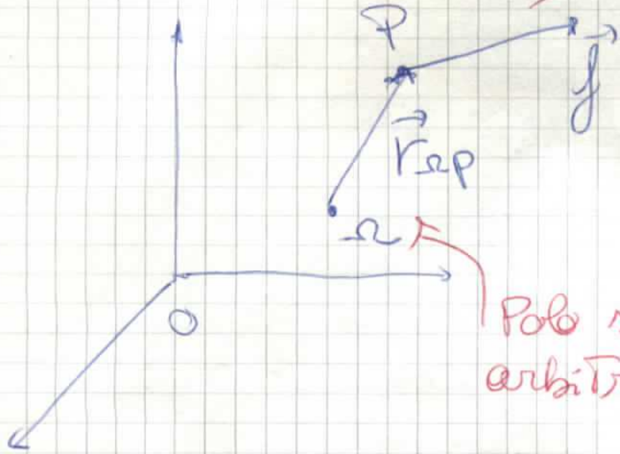
PRINCIPIO DI CONSERVAZIONE DELLA QUANTITÀ DI MOTO PER UN PTO MATERIALE

Anche se non ci sono forze, se varia la massa per far valere questa relazione occorre che anche la velocità cambi.

MOMENTO DI UNA FORZA RISPETTO AD UN PUNTO

www.PaoloEmiliozzi.it (.com) Lezioni Private 3463103392

forza applicata nel punto

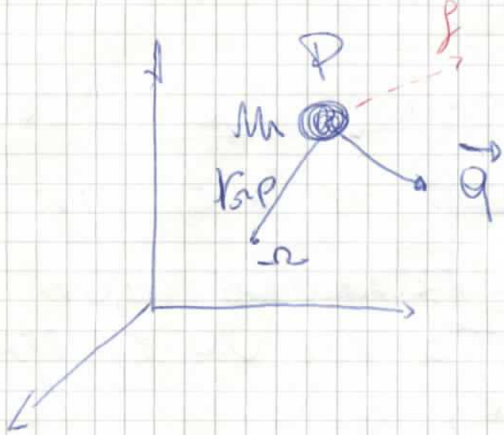


Ω i Polo

Polo scelto arbitrariamente

$$\boxed{\vec{M}_\Omega = \vec{r}_{\Omega P} \times \vec{f}}$$

momento della forza rispetto al polo



direzione della quantità di moto (non legata alla direzione della forza)

MOMENTO ANGOLARE: momento del vettore quantità di moto calcolato rispetto ad Ω.

$\vec{P}$

$$\boxed{\vec{P}_\Omega = \vec{r}_{\Omega P} \times \vec{q}}$$

$$\frac{d\vec{P}_\Omega}{dt} = \vec{M}_\Omega$$

da dimostrare

La forza mi cambia la quantità di moto e la quantità di moto fa variare

Facebook: Paolo Emiliozzi Insegnamento Youtube:ingpaoloemiliozzi Skype: paolo.emiliozzi 88 of 424

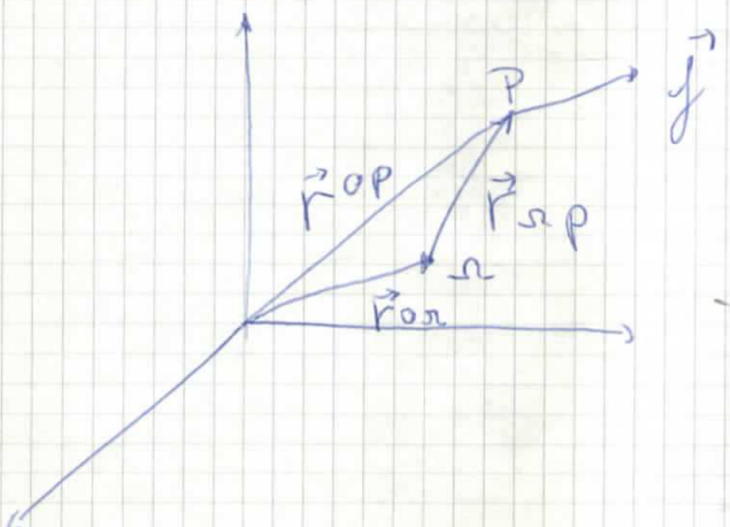
il momento angolare e la derivata del vettore momento angolare è proprio il momento della forza esterna che fa variare ~~[illegible]~~ la quantità di moto.

vale se Ω è fisso

$$\frac{d\vec{p}_\Omega}{dt} = \vec{M}_\Omega$$

$$\frac{d\vec{p}_\Omega}{dt} = \left(\frac{d\vec{r}_{\Omega p}}{dt}\right) \times \vec{q} + \underbrace{\underbrace{\vec{r}_{\Omega p} \times \frac{d\vec{q}}{dt}}_{\vec{r}_{\Omega p} \times \vec{f}}}_{\vec{M}_\Omega}$$

$\vec{r}_{\Omega p}$ può variare o per lo spostamento di p o di Ω (nel nostro caso Ω è fisso)



la derivata cioè la velocità di p.

$$\vec{r}_{op} = \vec{r}_{o\Omega} + \vec{r}_{\Omega p} \Rightarrow \vec{r}_{\Omega p} = \vec{r}_{op} - \vec{r}_{o\Omega}$$

$$\frac{d\vec{r}_{\Omega p}}{dt} = \vec{v}_p - \vec{v}_\Omega$$

1) $\vec{v}_\Omega = 0$ ✓ Ω fisso

$$\vec{v}_P \times \vec{q} = \vec{v}_P \times m\vec{v}_P = 0$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{d\vec{P}_\Omega}{dt} = \vec{M}_\Omega$$ C.D.D.

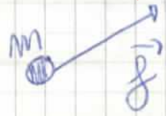
2) $\vec{v}_\Omega \neq 0$ c'è solo il termine $-\vec{v}_\Omega$ perché già sappiamo che $\vec{v}_P \times \vec{q} = 0$.

$$-\vec{v}_\Omega \times \vec{q} + \vec{M}_\Omega$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{d\vec{P}_\Omega}{dt} = \vec{M}_\Omega - \vec{v}_\Omega \times \vec{q}$$ CASO GENERALE

$$\begin{cases}\vec q = m\vec v\\ \vec p_\Omega = \vec r_{\Omega P}\times \vec q\end{cases}$$



$$\vec{\mathcal{M}}_\Omega = \vec r_{\Omega P}\times\vec f$$

$$\begin{cases}\dfrac{d\vec q}{dt} = \vec f\\[2mm] \dfrac{d\vec p_\Omega}{dt} = \vec{\mathcal{M}}_\Omega - \vec v_\Omega\times\vec q\end{cases}$$

→ Va a 0 nel caso in cui il polo è fisso

$\vec v_\Omega = 0$

$\vec f = 0 \Rightarrow \vec q$ = costante nel tempo

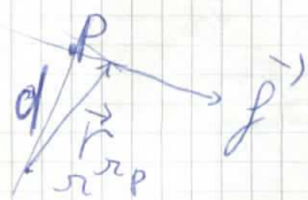
(la quantità di moto si conserva in assenza di forze agenti sul pto materiale). Principio di conservazione della quantità di moto.

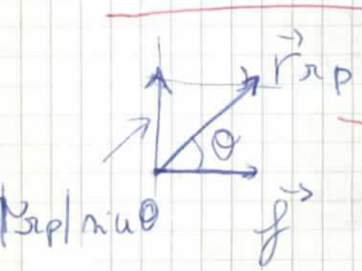
$\vec{\mathcal{M}}_\Omega = 0 \Rightarrow \vec p$ = costante nel tempo

PRINCIPIO DI CONSERVAZIONE DEL MOMENTO DELLA QUANTITÀ DI MOTO. ANGOLARE

Il momento potrebbe essere 0 senza che la forza sia 0.

$$|\vec{\mathcal{M}}_\Omega| = |\vec r_{\Omega P}|\,|\vec f|\,\sin\theta$$

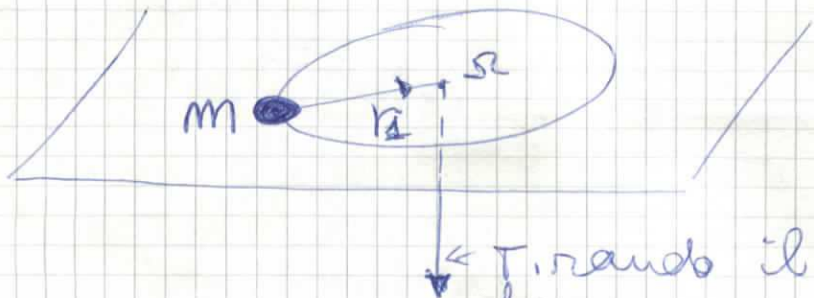




$|\vec r_{\Omega P}|\sin\theta$: distanza del polo dalla retta di applicazione della forza $\vec f$.

$$|\vec{\mathcal{M}}_{\Omega}| = |\vec{r}_{\Omega P}| \sin\theta \, |\vec{f}| = d \, |\vec{f}|$$

quindi se la distanza del polo dalla retta di applicazione della forza è 0 allora il momento è uguale a 0 (senza quindi che f vada a 0). (il polo è sulla retta di applicazione della forza).



← Tirando il filo il raggio diminuisce e la velocità angolare aumenta?

ω_1

$\vec{\mathcal{M}}_{\Omega} = 0$ ← Perchè il polo è sulla retta di applicazione della forza.

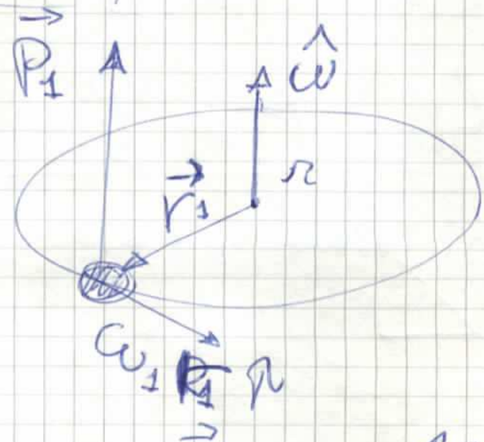
$\vec{p} =$ costante

blocco il filo quando $r = r_2$

Quanto vale la velocità angolare?

$\vec{p}_{1\Omega} = \vec{p}_{2\Omega}$

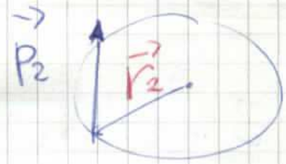
$\vec{p}_{\Omega} = \vec{r} \times \vec{q} = \vec{r} \times m\vec{v}$



$\vec{v} = \omega r \hat{n}$

$$\vec{P}_1 = r_1^2 m \omega_1 \hat{\omega}$$

Cambiando $\vec{r}_1$:



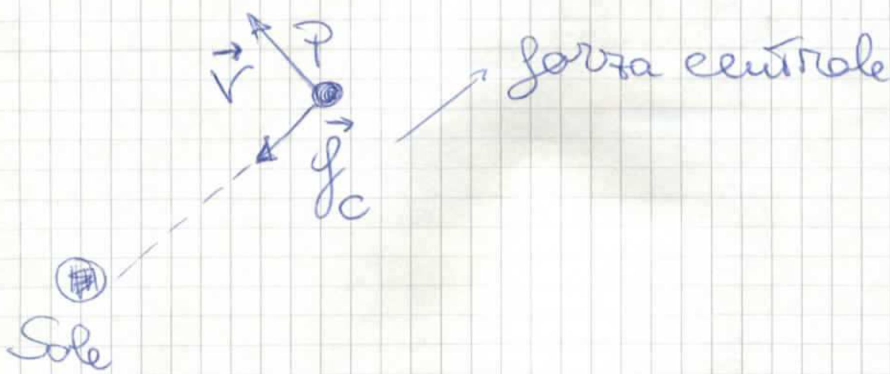
$$\vec{P}_2 = r_2^2 m \omega_2 \hat{\omega}$$

$$\vec{P}_1 = \vec{P}_2 \iff r_1^2 \omega_1 = r_2^2 \omega_2$$

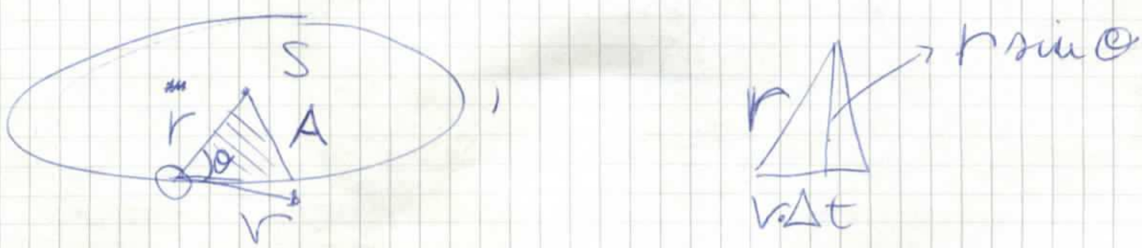
$$\omega_2 = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \omega_1$$

nuova velocità angolare

ESEMPIO



Se il pianeta fosse fermo cadrebbe sul sole



Δt

$S = v \cdot \Delta t$ → considerando Δt molto piccolo

$$A = S \cdot r_{\sin\theta} \quad \underline{v \cdot \Delta t \; r \sin\theta}$$

VELOCITÀ AEREOLARE

$$\frac{dA}{dt} = v r \sin\theta = |\vec{r} \times \vec{v}|$$

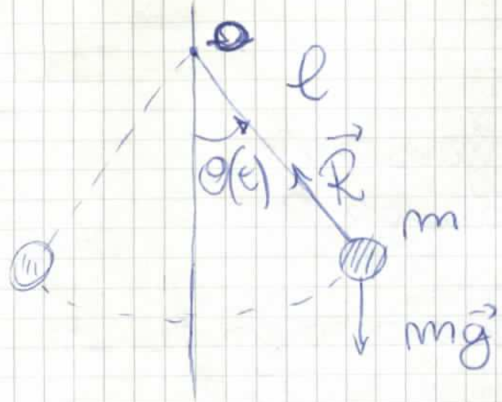
$\vec{M} = 0$ $\vec{p} =$ costante

$$\vec{p} = \vec{r} \times m\vec{v} = m(\vec{r} \times \vec{v})$$

m costante

$\vec{r} \times \vec{v}$ deve essere costante

$\frac{dA}{dt}$ è costante cioè le aree descritte sono uguali (aree descritte in uguali intervalli di tempo).



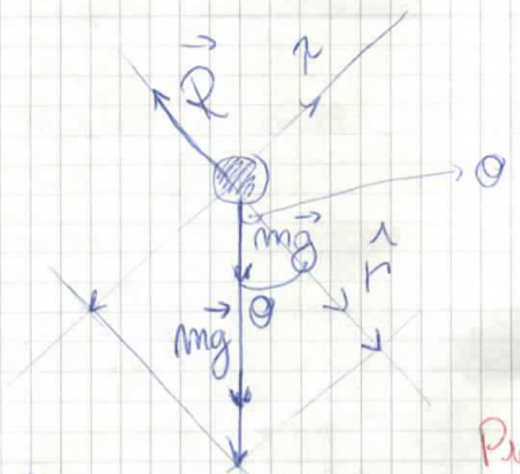
$$\omega = \frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta}$$

$m\vec{g}$: forza gravitazionale
$\vec{R}$: forza di richiamo del filo inestensibile

Una volta individuate le forze si eliminano le caratteristiche (come il filo) sostituendole con le forze agenti.

Il pto può descrivere solo un moto circolare in generale non uniforme

Scomponiamo le forze agenti su due direzioni: una radiale e l'altra tangenziale rispetto alla traiettoria descritta dal pto (direzioni caratterizzate dai 2 versori $\hat{\tau}$ e $\hat{r}$).



Proiezione della forza peso sulla direzione radiale

$$\vec{f} = m\vec{a}$$

$$\begin{cases} f_r = m a_r \\ f_\tau = m a_\tau \end{cases} \qquad \begin{cases} f_r = \overbrace{mg\cos\theta} - R \\ f_\tau = -mg\sin\theta \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_r = -\omega^2 l \\ a_\tau = \dot{\omega} l \end{cases} \Longleftrightarrow (\ddot{\theta} l)$$

$$\boxed{f_r} = \underbrace{-\cancel{m} g \sin\theta}_{f_r} = \overbrace{\ddot{\theta}\, l}^{a_r}\, \cancel{m}$$

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{l}\sin\theta = 0$$ Eq. differenziale per l'angolo θ

La risolviamo in modo approssimato confondendo θ con il $\sin\theta$: fino a 15° errore del per mille.

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{l}\theta = 0$$ EQ. DIFFERENZIALE DEL MOTO ARMONICO

soluzione generale

$$\theta(t) = \theta_M \cos(\Omega t + \varphi)$$

$$\boxed{\Omega = \sqrt{\frac{g}{l}}}$$

$$\omega(t) = \dot{\theta}(t) = -\Omega\theta_M \sin(\Omega t + \varphi)$$

Per trovare θ_M e φ si debbono stabilire le condizioni iniziali:

* velocità angolare e pulsazione *

$$t=0 \begin{cases} \theta_0 \\ \dot{\theta}_0 \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$t=0 \begin{cases} \theta_M \cos\varphi = \theta_0 \\ -\Omega\theta_M \sin\varphi = \dot{\theta}_0 \quad \theta_M\sin\varphi = \frac{\dot{\theta}_0}{-\Omega} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \theta_M^2\cos^2\varphi = \theta_0^2 \\ \theta_M^2 \sin^2\varphi = \left(\frac{\dot{\theta}_0}{-\Omega}\right)^2 \end{cases}$$

$$\theta_M^2 = \theta_0^2 + \left(\frac{\dot{\theta}_0}{\Omega}\right)^2$$

facendo il rapporto

$$t=0 \begin{cases} \theta_M \cos\varphi = \theta_0 \\ \theta_M \sin\varphi = \frac{\dot{\theta}_0}{-\Omega} \end{cases} \Rightarrow \operatorname{tg}\varphi = \left(-\frac{\dot{\theta}_0}{\Omega\theta_0}\right)$$

www.PaoloEmiliozzi.it (.com) Lezioni Private 3463103392

La $\theta(t)$ in realtà non è né un seno né un coseno, ma una combinazione.

$$\theta(t) = \theta_M \left[\cos(\Omega t)\cos\varphi - \sin(\Omega t)\sin\varphi\right]$$

scomponendo $\theta_M \cos(\Omega t + \varphi)$

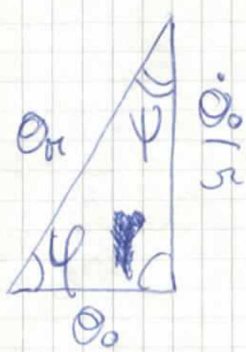
$$\theta(t) = \theta_0 \cos(\Omega t) + \frac{\dot{\theta}_0}{\Omega} \sin(\Omega t)$$

Nel caso in cui $\theta = \theta_0$ a $t=0$ e $\dot{\theta}_0 = 0$ allora

$\theta(t) = \theta_0 \cos(\Omega t)$ cioè porto il pendolo nella sua posizione massima e lo lascio andare

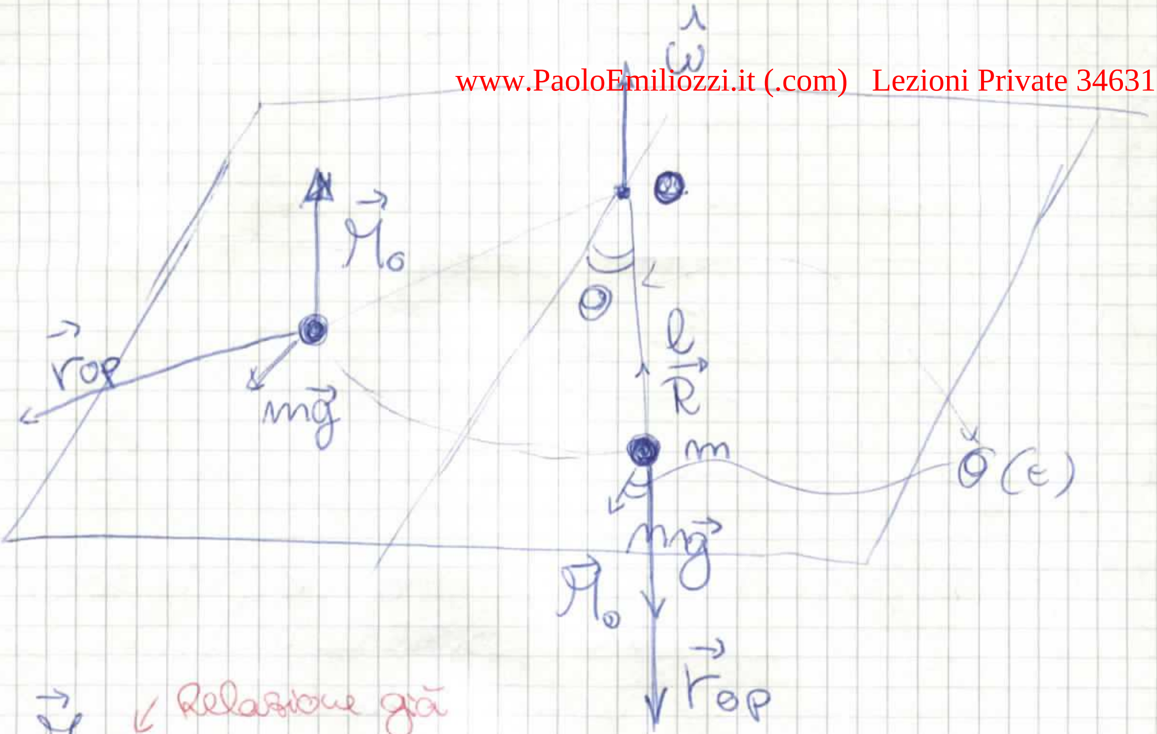
Nel caso in cui $\theta_0 = 0$ a $t=0$ e $\dot{\theta}_0 \neq 0$ allora

$\theta(t) = \frac{\dot{\theta}_0}{\Omega} \sin(\Omega t)$ cioè parto sulla perpendicolare del p.to d'aggancio con una certa spinta.



$$\theta(t) = \theta_M \cos(\Omega t + \varphi)$$

$$\theta(t) = \theta_M \sin(\Omega t + \psi)$$



$$\frac{d\vec{P}_O}{dt} = \vec{M}_O$$ Relazione già dimostrata

Nel calcolo del momento la forza $\vec{R}$ non da contributo perche ~~esse~~ il polo è sulla retta di applicazione della forza

$$\vec{M}_O = \vec{r}_{OP} \times m\vec{g}$$

$$|\vec{M}| = |\vec{r}_{OP}|\,|m\vec{g}| \sin\theta(t)$$

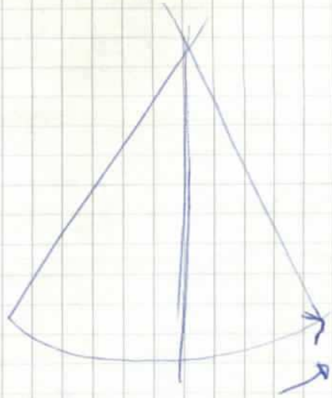
$$\vec{M}_O = -mgl\sin\theta(t)\,\hat{\omega}$$

notiamo che il verso del momento deve essere discorde da quello di $\hat{\omega}$ quando θ è positivo e concorde quando θ è negativo; andiamo a verificare se la formula trovata soddisfa

a destra θ è positivo
a sinistra θ è negativo } e quindi l'espressione va bene in entrambi i casi.

$$\vec{v} = r\dot{\theta}\uparrow = l\dot{\theta}\uparrow$$

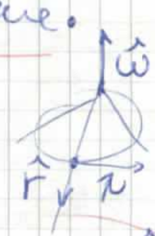
Andiamo a verificare se la formula della
velocità [illegible]
www.PaoloEmiliozzi.it (.com) Lezioni Private 3463103392
zione del verso che essa ha in
alcuni momenti dell'oscillazione;



l'angolo aumenta quindi
$\dot{\theta}$ è positiva (velocità diretta verso $\hat{\tau}$)

velocità diretta verso $-\hat{\tau}$ infatti
$\dot{\theta}$ è minore di 0

Quindi la formula per la velocità va bene.



$$\vec{q} = m\vec{v} = m l \dot{\theta}\, \hat{\tau}$$

$$\vec{p}_o = \vec{r}_{OP} \times \vec{q} = l \hat{r} \times m l \dot{\theta}\, \hat{\tau} \qquad \hat{r} \times \hat{\tau} = \hat{\omega}$$

$$\vec{p}_o = m l^2 \dot{\theta}\, \hat{\omega}$$

anche per questo momento angolare il segno è contenuto nel segno della derivata di θ; la velocità angolare $\dot{\theta}$

$$\frac{d\vec{p}_o}{dt} = \underbrace{m l^2 \hat{\omega}}_{\text{grandezze invarianti nel tempo}} \ddot{\theta} = m l^2 \ddot{\theta}\, \hat{\omega}$$

(quindi non derivate)

$$\boxed{\frac{d\vec{p}_o}{dt} = \vec{M}_o}$$

$$\cancel{m} l^{\cancel{2}} \ddot{\theta}\, \hat{\omega} = -\cancel{m} g \cancel{l} \sin\theta\, \hat{\omega}$$

$$\boxed{\ddot{\theta} + \frac{g}{l} \sin\theta = 0}$$

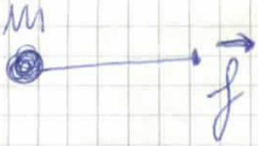
analoga a quella ricavata precedentemente.

Facebook: Paolo Emiliozzi Insegnamento Youtube:ingpaoloemiliozzi Skype: paolo.emiliozzi

LAVORO e ENERGIA CINETICA

www.PaoloEmiliozzi.it (.com)   Lezioni Private 3463103392

m



$\vec{f}$

spostamento elementare

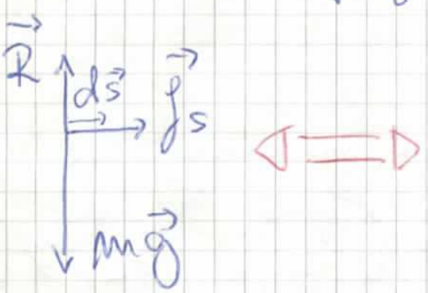
$d\vec{s}$

$\vec{f}$ $d\vec{s}$

in questo caso lo spostamento non è causato da $\vec{f}$

in questo caso lo spostamento è causato dalla $\vec{f}$

Problema del libro che si sposta orizzontalmente in mano al professore;



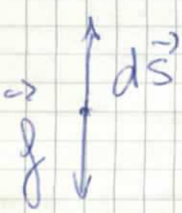
$\vec{R}$ $d\vec{s}$ $\vec{f}_s$ $m\vec{g}$

$\vec{R}$: reazione del braccio
$\vec{f}_s$: forza di spostamento
$m\vec{g}$ = forza gravitazionale
$d\vec{s}$ = spostamenti elementari

prodotto scalare

$dL = \vec{f} \cdot d\vec{s}$ ← LAVORO ELEMENTARE

per $\vec{f}_s$ dL è diverso da 0 ; è quella la forza che cambia lo stato di moto (in direzione dello spostamento)



$d\vec{s}$ $\vec{f}$

: in questo caso ottengo un lavoro negativo ; il pto materiale si muove contro la forza

Facebook: Paolo Emiliozzi Insegnamento   Youtube:ingpaoloemiliozzi Skype: paolo.emiliozzi